

## แบบทดสอบประจำบทที่ 2

### แคลคูลัสเบื้องต้น

1. กำหนด  $f(x) = \frac{\sqrt{5+x}-\sqrt{5}}{2x}$  จงหา  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ถ้าลิมิตหาค่าได้

2. กำหนด  $f(x) = 16x^2$  จงหา  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$  ถ้าลิมิตหาค่าได้

3. กำหนด  $f(x) = \frac{1}{x^3+3} + (x^2+2x+1)(x^2-5x-4)$  จงหา  $f'(x)$

4. กำหนด  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & \text{เมื่อ } x \neq -1 \\ 2 & \text{เมื่อ } x = -1 \end{cases}$

จงแสดงว่า  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = -1$  เท่ากัน

5. กำหนด  $f(x) = \begin{cases} -x & \text{เมื่อ } x \leq 0 \\ x^2 & \text{เมื่อ } x > 0 \end{cases}$

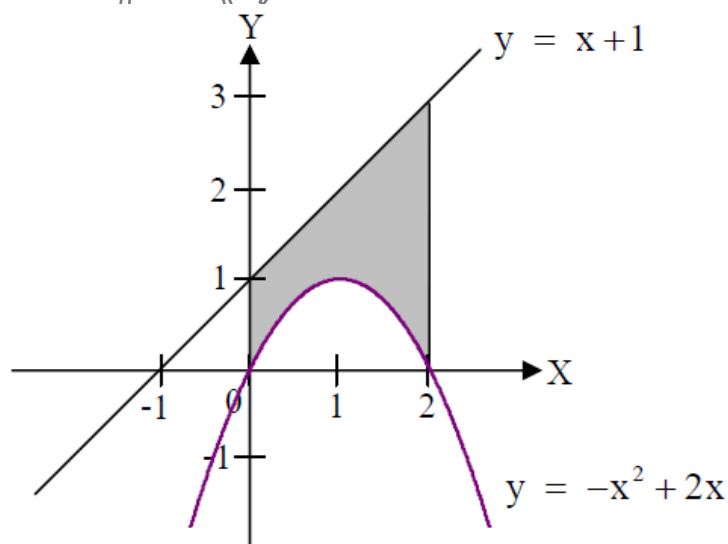
จงพิจารณาว่า  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = 0$  หรือไม่

6. กำหนด  $y = (1-2x)^4$  จงหา  $\frac{d^2y}{dx^2}$

7. จงหาปริพันธ์ของ  $f(x) = \frac{x^3+5x^2-4}{x^2}$

8. จงหาปริพันธ์ของ  $f(x) = (3x+4)^2$

9. จากกราฟจงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา



10. จงหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง  $y = x^2 + 4x$  กับแกน X จาก  $x = -5$  ถึง  $x = 1$

## แคลคูลัสเบื้องต้น

1. จาก  $f(x) = \frac{\sqrt{5+x}-\sqrt{5}}{2x}$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5+x}-\sqrt{5}}{2x} \cdot \frac{\sqrt{5+x}+\sqrt{5}}{\sqrt{5+x}+\sqrt{5}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x(\sqrt{5+x}+\sqrt{5})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2(\sqrt{5+x}+\sqrt{5})} \\ &= \frac{1}{4\sqrt{5}} \end{aligned}$$

2. จาก  $f(x) = 16x^2$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{16x^2-16(3)^2}{2x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{16(x^2-3^2)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} 16(x+3) \\ &= 96 \end{aligned}$$

3. จากกำหนด  $f(x) = \frac{1}{x^3+3} + (x^2+2x+1)(x^2-5x-4)$

$$f'(x) = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \frac{1}{x^3+3} + \left[ (x^2+2x+1) \frac{d}{dx} (x^2-5x-4)(x^2-5x-4) \frac{d}{dx} (x^2+2x+1) \right] \\ = -\frac{3x^2}{(x^3+3)^2} + (x^2+2x+1)(2x-5) + (x^2-5x-4)(2x+2) \end{aligned}$$

4. การแสดงว่า  $f$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่  $x = -1$  ต้องแสดงสมบัติ 3 ข้อดังนี้

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} x-1 = -2$$

$$2. f(-2) = -2$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$$

ดังนั้น  $f$  เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องที่  $x = -1$

5. การพิจารณาความต่อเนื่องของ  $f$  ที่  $x = 0$  ต้องแสดงสมบัติ 3 ข้อดังนี้

$$1. \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0 \text{ และ } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$2. f(0) = 0$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

ดังนั้น  $f$  เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องที่  $x = 0$

6. จาก  $y = (1 - 2x)^4$

$$\text{ให้ } u = 1 - 2x$$

$$\text{ดังนั้น } y = u^4$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$= \frac{d}{du}(u^4) \cdot \frac{d}{dx}(1 - 2x) = -8u^3$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(-8u^3)$$

$$= -8 \left( \frac{d}{du}(u^3) \cdot \frac{du}{dx} \right)$$

$$= -8 \left( \frac{d}{du}(u^3) \cdot \frac{d}{dx}(1 - 2x) \right)$$

$$= -8(3u^2)(-2)$$

$$= 48u^2$$

$$= 48(1 - 2x)^2$$

$$7. f(x) = \frac{x^3}{x^2} + \frac{5x^2}{x^2} - \frac{4}{x^2}$$

$$= x + 5 - 4x^{-2}$$

$$\text{ดังนั้น } \int f(x) dx = \int (x + 5 - 4x^{-2}) dx$$

$$= \frac{x^2}{2} + 5x + 4x^{-1} + c$$

$$8. f(x) = (3x + 4)^2$$

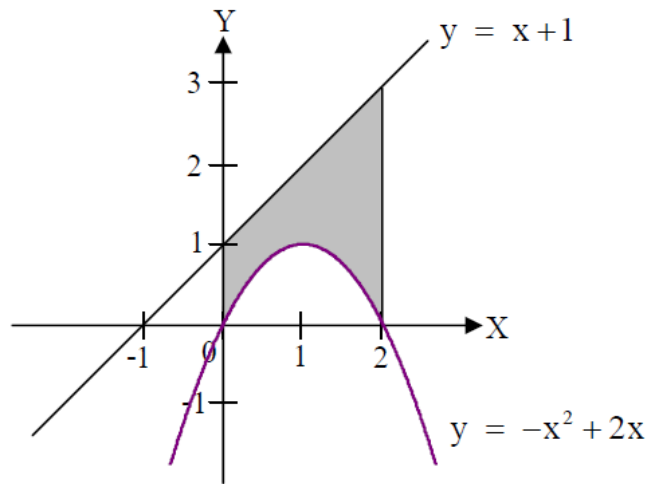
$$= (3x + 4)(3x + 4)$$

$$= 9x^2 + 24x + 16$$

$$\text{ดังนั้น } \int f(x) dx = \int (9x^2 + 24x + 16) dx$$

$$= 3x^3 + 12x^2 + 16x + c$$

9.



ให้  $A_1$  คือ พื้นที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ  $y = x + 1$  กับแกน  $X$  จาก  $x = 0$  ถึง  $x = 2$  จะได้

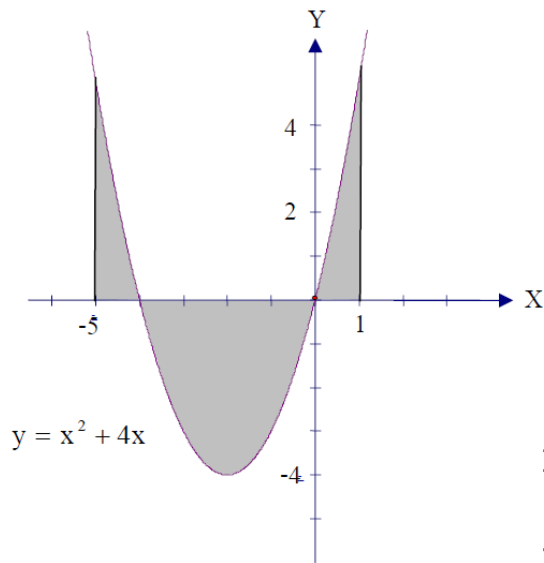
$$\begin{aligned} A_1 &= \int_0^2 (x+1) dx \\ &= \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^2 = 4 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

$A_2$  คือ พื้นที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ  $y = -x^2 + 2x$  กับแกน  $X$  จาก  $x = 0$  ถึง  $x = 2$  จะได้

$$\begin{aligned} A_2 &= \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx \\ &= \left( -\frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3} \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

$$\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาคือ } A_1 - A_2 = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

10. เขียนกราฟของ  $y = x^2 + 4x$  ได้ดังรูป



จาก  $f(x) = x^2 + 4x$

ให้ A เป็นพื้นที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ  $y = x^2 + 4x$  กับแกน X จาก  $x = -5$  ถึง  $x = 1$

$$\begin{aligned}
 A &= \int_{-5}^{-4} f(x) dx - \int_{-4}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx \\
 &= \left( \frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_{-5}^{-4} - \left( \frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_{-4}^0 + \left( \frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^1 \\
 &= \frac{7}{3} + \frac{32}{3} + \frac{7}{3} \\
 &= \frac{46}{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

Piboon